تم تحميل وعرض المادة من :

موقع واجباتي
www.wajibati.net

موقع واجباتي منصة تعليمية تساهم بنشر
حل المناهج الدراسية بشكل متميز لترتقي بمجال التعليم
على الإنترنت ويستطيع الطلاب تصفح حلول الكتب مباشرة
لجميع المراحل التعليمية المختلفة

* جميع الحقوق محفوظة للقائمين على الموقع *

الفصل الأول : التبرير والبرهان

التبرير الاستقرائي والتخمين

التبرير الاستقرائي هو : مجموعة الأسباب التي تجعلني أُصْدِر ادعاء ، أو تخمين .

التخمين هو : إصدار حكم ، أو ادعاء عام مبني على مجموعة مقدمات ومعطيات .

مثال 1: الحد التالي في المتتابعة

1 , 2 , 4 , 8 , 16 , ...

التبرير الاستقرائي أننا نلاحظ المعطيات ونستنتج منها أنه كل مرة يضرب الحد في 2 ليصل للحد التالي له .

أما التخمين فهو الوصول للإجابة 32.

تدريبات

1) الحد التالي في المتتابعة

20 , 16 ,11 ,5 ,-2 , -10, ...

الحل 16 =4 – 20

16 – 5= 11

11 – 6= 5

5 – 7= – 2

– 2 – 8= – 10

– 10 – 10= – 20

2) الحد التالي

4 , 6 ,9 ,13 ,18 , ...

الحل

4 + 2= 6

6 + 3= 9

9 + 4= 13

13 + 5= 18

18 + 6= 24

3) الحد التالي

10 , 4 , -2 , - 8 , ...

كل مرة نقص **6** الجواب **14 –**

مثال 2: اكتب تخمينًا

1. ناتج جمع عددين فرديين

الحل

الخطوة الأولى: اكتب أمثلة

4=1+ 3,8=5+ 3

الخطوة الثانية: ابحث عن نمط

نلاحظ أن النواتج 4 و 8 أعداد زوجية

الخطوة الثالثة: اكتب التخمين(انسخ السؤال ، ثم اكتب ما توصلت له)

ناتج جمع عددين فرديين هو عدد زوجي.

تدريبات اكتب تخمينًا

1. ناتج ضرب عددين فرديين

الحل ... هو عدد فردي

2. ناتج ضرب عددين زوجيين

الحل ... هو عدد زوجي

3. العلاقة بين العددين a , b إذا كان $a + b = 0$

الحل ... كل عدد معكوس جمعي للآخر.

4. العلاقة بين العددين a , b إذا كان $a \times b = 1$

5. الحل ... كل عدد معكوس ضربي للآخر.

6. العلاقة بين AB , EF إذا كانت:

$CD = EF , AB = CD$

الحل ... $AB = EF$

المثال المضاد هو : مثال يوضح خطأ التخمين ، ويكفي مثال واحد على الأقل .

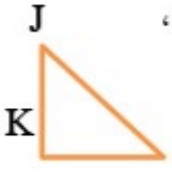
مثال 3: اكتب مثال مضاد

1. " إذا كان: n عددًا حقيقيًّا ، فإن : $n^2 > n$ "

الحل $n = 1$ مثال مضاد ؛ لأن $1^2 = 1$ وليس أكبر من. (الصفر أيضًا مثال مضاد .)

تدريبات

1)إذا كان : $JK = KL$ ، فإن K منتصف $\overline{JL}$



2)إذا كان : n عددًا حقيقيًّا ، فإن : $-n$ يكون سالبًا.

الحل $n = -1$ مثال مضاد ؛ لأن $-n = 1$ ليس سالبًا.

المنطق

العبارة المنطقية هي: جملة خبرية إما تكون صائبة ، أو خاطئة ، وليس لها احتمال ثالث . نرمز لها بحرف من الحروف الهجائية p ،أو q ،أو غيرهما

التخمين: يكون صائبًا دائمًا ، أو خاطئًا دائمًا ، أو يحتمل صائبًا في حالات ، و خاطئًا دائمًا أخرى.

قيمة الصواب : تطلق على صحة T ،أو خطأ العبارة المنطقية F ، ولا تحتمل الاثنين معًا.

العبارة المنطقية	قيمة الصواب
الرياض عاصمة السعودية.	صواب T
الرياض تقع على الخليج العربي.	خطأ F

إذا كانت: A عبارة ،فإن :

$\sim A$ تسمى نفي العبارة

العبارة المركبة : عبارة ناتجة من ربط عبارتين ،أو أكثر.

عبارة الوصل	و	$p \wedge q$
عبارة الفصل	أو	$p \vee q$
العبارة الشرطية	إذا كان ..... ، فإن	$p \rightarrow q$

أكمل

1) العبارة : هي جملة خبرية إما أن تكون صائبة أو خاطئة.

2) إذا كانت A عبارة صائبة فإن $\sim A$ عبارة خاطئة.

3) إذا كانت p , q عبارتين فيرمز لعبارة الوصل بالرمز $p \wedge q$

4) إذا كانت p , q عبارتين فيرمز لعبارة الفصل بالرمز $p \vee q$

5) عبارة الفصل تكون خاطئة إذا كانت جميع مركباتها خاطئة.

كون جدول الصواب لكل من العبارات المركبة التالية

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

تدريبات

P	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	T	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	T	F	F	T	T
F	F	T	T	F	T	T

ملاحظات

$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
العبارة الشرطية تكافئ المعاكس الإيجابي
$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$
العكس يكافئ المعكوس
$q \rightarrow p \equiv \sim p \rightarrow \sim q$

يمثل شكل فن طلاب الصف الأول الذين نجحوا في امتحاني الرياضيات ، أو الكيمياء .

a) عدد الطلاب الذين نجحوا في الرياضيات = $64+4=68$

b) عدد الطلاب الذين نجحوا في الرياضيات فقط $=64$

c) عدد الطلاب الذين نجحوا في الكيمياء = $3+4=7$

d) عدد الطلاب الذين نجحوا في الكيمياء فقط $=3$

e) عدد الطلاب الذين نجحوا في الرياضيات ، و الكيمياء =4

f) عدد الطلاب الذين نجحوا في الرياضيات ، أو الكيمياء

=71=3 + 64+4

g) عدد الطلاب الذين لم ينجحوا في مادة الكيمياء = 64+2=66

h) عدد الطلاب الذين لم ينجحوا في مادة الرياضيات =3+2=5

i) عدد جميع الطلاب =

73=3 + 64+4 +2

العبارات الشرطية

العبارة الشرطية هي: عبارة مركبة نستخدم فيها الرابط (**إذا كان ..... ، فإن .....**) $p \rightarrow q$

العبارة	$p \rightarrow q$	(إذا كان ..... ، فإن .....)
الفرض	P	بعد (إذا كان)
النتيجة	Q	بعد (فإن)
العكس	$q \rightarrow p$	بَدِّلْ
المعكوس	$\sim p \rightarrow \sim q$	اِنْفِ
المعاكس	$\sim q \rightarrow \sim p$	بَدِّلْ ،

الإيجابي		و اِنْفِ

أكمل ما يأتي :

1) العبارة الشرطية تتكون من الفرض، والنتيجة

2) إذا كان لمضلع ستة أضلاع فإنه سداسي : الفرض هو لمضلع ستة أضلاع.

3) المثلث متطابق الزوايا إذا كانت أضلاعه متطابقة : النتيجة هي المثلث متطابق الزوايا.

4) عكس العبارة الشرطية يتكون من النتيجة ،ثم الفرض.

5) المعكوس يتكون من نفي الفرض ،ثم نفي النتيجة.

6) المعاكس الإيجابي يتكون من نفي النتيجة ،ثم نفي الفرض.

7) في الجملة الشرطية " إذا كان المضلع منتظمًا فإن أضلاعه متطابقة "، جملة " المضلع منتظمًا تسمى فرض.

8) المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية " إذا كان مجموع قياسات زوايا مضلع 180 ، فإنه مثلث" هو **إذا كان المضلع مثلثًا ، فإن مجموع قياسات زواياه 180 .**

التبرير الاستنتاجي

هو استنتاج يستعمل حقائق ، أو قواعد ، أو تعاريف ، أو خصائص للوصول لنتائج منطقية.

قانون الفصل المنطقي

إذا كانت العبارة الشرطية $p \rightarrow q$ صحيحة ،وكان الفرض صحيحًا ، فإن : النتيجة تكون صحيحة أيضًا.

مثال : إذا توازت قطعتان مستقيمتان ، فإنهما لا تتقاطعان.

المعطيات: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

النتيجة: $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ لا تتقاطعان

الحل :الفرض توازت قطعتان p

النتيجة: لا تتقاطعان q

المعطيات تنطبق على الفرض فتكون النتيجة صحيحة في منهج الصف الأول الثانوي

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T

قانون القياس المنطقي

طريقة للحصول على النتائج من عبارتين شرطيتين صحيحتين : إذا كانت $p \rightarrow q$ صحيحة ، $q \rightarrow r$ صحيحة ، فإن : $p \rightarrow r$ صحيحة (نحذف النتيجة الأولى مع الفرض الثاني ونكتب الباقي .)

ملاحظات

1 نستخدم قانون القياس المنطقي إذا في المعطيات عبارتان شرطيتان ، بينما نستخدم قانون الفصل المنطقي إذا في المعطيات عبارة شرطية واحدة فقط .

تدريبات

بين ما إذا كانت النتيجة المعطاة صحيحة اعتمادًا على المعلومات المعطاة ، وإن لم تكن فاكتب " غير صحيح "

رقم 1

" إذا كانت الزاويتان متقابلتين بالرأس فهما متطابقتان "

المعطيات : $\angle A$ و $\angle B$ متقابلتان بالرأس

النتيجة : $\angle A \cong \angle B$

الحل

P	q	$p \rightarrow q$

T	T	T

النتيجة صحيحة

رقم 2

" إذا كان العددان فرديين فإن مجموعهما عدد زوجي "

المعطيات : مجموع عددين هو 22

النتيجة : العددان فرديان

الحل المعطيات تنطبق على الـ q

p	q	$p \rightarrow q$
احتمال T أو احتمال F	T	T

النتيجة خاطئة

رقم 3

"إذا كانت ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة فإن النقاط الثلاث تحدد مستوى وحيدًا "

المعطيات : C و B و A ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

النتيجة : النقاط A,B,C تحدد مستوى وحيدًا

الحل

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T

النتيجة صحيحة

استعمل قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارتين التاليتين

1) إذا لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم فسوف تكون مرهقًا
2) إذا كنت مرهقًا فلن يكون أداؤك في الاختبار جيدًا

الحل

إذا لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم فلن يكون أداؤك في الاختبار جيدًا

المسلمات والبراهين الحرة

المسلمة عبارة تقبل على أنها صحيحة دون دليل ، أو برهان.

1. كل نقطتين مختلفتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.
2. أي مستقيم يحوي نقطتين على الأقل.
3. كل ثلاث نقاط مختلفة ولا تقع على مستقيم واحد يمر بها مستوى وحيد.
4. أي مستوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.
5. إذا وقعت نقطتان في مستوى فإن المستقيم الوحيد المار بهما يقع كليًا في ذلك المستوى.

6. إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة.

7. إذا تقاطع مستويان فإنهما يتقاطعان في مستقيم وحيد.

تدريبات

1) كل نقطتين مختلفتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

2) كل ثلاث نقاط مختلفة ولا تقع على مستقيم واحد يمر بها مستوى وحيد.

3) إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة.

4) إذا تقاطع مستويان فإنهما يتقاطعان في مستقيم وحيد.

5) إذا كانت M هي نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، فإن : $\overline{AM} \cong \overline{MB}$.

السؤال الثاني : بين ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو ليست صحيحة أبدًا مع التوضيح	
إذا كانت النقاط A, B, C تقع في مستوى فإنها على استقامة واحدة . **الحل صحيحة أحيانًا ممكن على استقامة واحدة وممكن ليست على استقامة واحدة**	
يوجد مستوى وحيد يحتوي النقاط P, Q, R والتي لا تقع على استقامة واحدة . **الحل صحيحة دائمًا.**	
يوجد مستقيمان على الأقل يمران بالنقطتين N, M . **الحل ليست صحيحة أبدًا الصح مستقيم وحيد**	
تتقاطع ثلاثة مستويات في مستقيم . **الحل صحيحة أحيانًا ممكن مستقيم وممكن نقطة**	
يحتوي المستقيم r النقطة P فقط . **الحل ليست صحيحة أبدًا الصح المستقيم يحوي نقطتين على الأقل**	
يمر مستقيم واحد فقط بنقطتين معلومتين . **الحل صحيحة دائمًا.**	
يوجد مستوى واحد فقط يحوي النقاط الثلاث A , B , C التي لا تقع على استقامة واحدة . **الحل صحيحة دائمًا.**	
تمر ثلاثة مستقيمات على الأقل بالنقطتين K , J . **الحل ليست صحيحة أبدًا الصح أي نقطتين يمر بهما مستقيم وحيد**	

1) كل نقطتين مختلفتين يمر بهما.....

أ) مستقيم واحد	ب) مستقيمان
ج) ثلاثة مستقيمات	د) صفر

2) كل ثلاث نقاط مختلفة ولا تقع على مستقيم واحد يمر بها .....

أ) مستوى واحد	ب) مستويان
ج) ثلاثة مستويات	د) صفر

3) كل مستقيم يحوي .....على الأقل.

أ) نقطة واحدة	ب) نقطتين
ج) ثلاث نقاط	د) صفر

4) إذا تقاطع مستقيمان ، فإن تقاطعهما هو :.....

أ) نقطة واحدة	ب) زاوية
ج) مستقيم	د) مستوى

5) إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما هو :.....

أ) نقطة واحدة	ب) زاوية
ج) مستقيم	د) مستوى

6) يمكن أن يتعين المستوى بـ :.....

أ) مستقيمان متوازيان	ب) مستقيم ونقطة خارجه
ج) مستقيمان متقاطعان	د) جميع ما سبق

7) لا يمكن أن يتعين المستوى بـ :.....

أ) مستقيمان متوازيان	ب) مستقيم ونقطة خارجه
ج) مستقيمان متقاطعان	د) مستقيمان متخالفان

8) عدد القطع المستقيمة التي تصل بين كل نقطتين من ست نقاط هو :

أ) 5	ب) 6
ج) 15	د) 30

تذكر عدد القطع = (عدد النقاط × العدد السابق له مباشرة) ÷ 2

النظرية : هي عبارة تأتي من صحة عبارة ،أو تخمين ، وتستعمل لتبرير صحة عبارة أخرى.

البرهان : هو دليل منطقي بحيث أن كل عبارة تكتب تكون مبررة بعبارة سبق إثبات صحتها.

البرهان الحر: كتابة فقرة لتوضيح سبب صحة تخمين معطى.

البرهان الجبري

خصائص الأعداد الحقيقية	
لأي ثلاثة أعداد حقيقة a , b , c	
خاصية الانعكاس	a = a
خاصية التماثل	إذا كان: a =b فإن: b=a
خاصية التعدي	إذا كان: a =b ، b=c ، فإن: a=c
خاصية الجمع	إذا كان: a =b

	فإن: a+c= b+c **،**
خاصية الطرح	**إذا كان:** a =b **،فإن:** a-c= b-c
خاصية الضرب	**إذا كان:** a =b **،فإن:** a×c= b×c
خاصية القسمة	**إذا كان:** a =b **،فإن:** a÷c= b÷c
خاصية التعويض	**إذا كان:** a =b **،فإن:** a تحل مكان b في أي مكان ، او مقدار جبري
خاصية التوزيع	a(b+c) = =ab+ac

تدريبات

1) إذا كان : a = a خاصية الانعكاس.

2) إذا كان : a = b ، فإن: b =a خاصية التماثل.

3) إذا كان : b = c , a = b فإن: a = c خاصية التعدي.

4) إذا كان : $a\,(b+c) = a\,b + a\,c$ خاصية التوزيع.

5) إذا كان: 7(x-3)= 35 ، فإن (x-3) 7 = 35 خاصية التماثل.

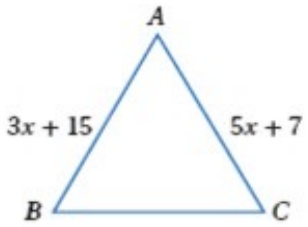
6) إذا كان , 2 x + 8 = 3 y 12 = 2 x + 8 فإن 3y = 12 خاصية التعدي.

7) إذا كان 2 x + 19 = 27 فإن 2 x = 8 خاصية الطرح.

8) إذا كان x = 8 خاصية التماثل فإن x = 8.

9) إذا كان b = 22 , a = 22 خاصية التعدي فإن a = b.

10) إذا كان m∠B= m∠A فإن m∠A= m∠B تكون خاصية التماثل.



اكتب برهان

ذا عمودين

إذا كانت $\overline{AC} \cong \overline{AB}$ فإن

$x = 4$

البرهان

العبارات	المبررات
$\overline{AB} \cong \overline{AC}$	معطى
$3x + 15 = 5x + 7$	خاصية التعويض
$15 - 7 = 5x - 3x$	خاصية الطرح
$2x = 8$	تبسيط
$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$	خاصية القسمة
$x = 4$	تبسيط

1) اكتب برهانًا ذا عمودين

المعطيات : $\frac{5x-1}{3} = 3$

المطلوب : إثبات أن $x = 2$

العبارات	المبررات
$\frac{5x-1}{3} = 3$	معطيات
$5x - 1 = 9$	خاصية الضرب
$5x - 1 + 1 = 9 + 1$	خاصية الطرح
$5x = 10$	تبسيط
$\frac{5x}{5} = \frac{10}{5}$	خاصية القسمة
$x = 2$	تبسيط

اكتب برهان ذي عمودين

1. إذا كان $\frac{3x+5}{2} = 7$

فإن $x = 3$

العبارات	المبررات
$\frac{3x+5}{2} = 7$	معطيات
$3x + 5 = 14$	خاصية الضرب
$3x + 5 - 5 = 14 - 5$	خاصية الطرح
$3x = 9$	تبسيط
$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$	خاصية القسمة
$x = 3$	تبسيط

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

1. المعطيات : النقطة X منتصف W Y

المطلوب : إثبات أن

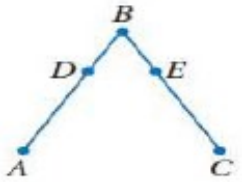
$W X + Y Z = X Z$

العبارات	المبررات
النقطة X منتصف W Y	معطيات
$W X = X Y$	تعريف نقطة المنتصف
$Y X + Y Z = X Z$	مسلمة جمع القطع المستقيمة
$W X + Y Z = X Z$	خاصية التعويض

المعطيات $\overline{AD} \cong \overline{CE}$ ،

$\overline{DB} \cong \overline{EB}$

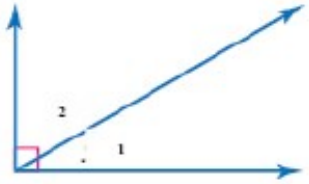
المطلوب $\overline{AB} \cong \overline{CB}$



العبارات	المبررات
$\overline{AD} \cong \overline{CE}$	معطيات
$\overline{DB} \cong \overline{EB}$	معطيات
$A D + D B = C E + E B$	خاصية الجمع
$\overline{AB} \cong \overline{CB}$	مسلمة جمع القطع المستقيمة

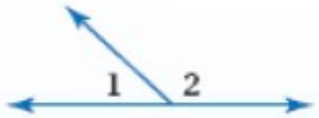
إثبات علاقات بين الزوايا

الزاويتان المتتامتان مجموع قياسيهما = 90 درجة



$m\angle 1 + m\angle 2 = 90°$

الزاويتان المتكاملتان مجموع قياسيهما = 180° درجة



$m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$

تدريبات

1) إذا كانت زاويتان متجاورتان على مستقيم فإنهما متكاملتان

2) الزاويتان المتكاملتان مجموع قياسهم $180°$

3) إذا شكل الضلعان غير المشتركين لزاويتين زاوية قائمة فإن الزاويتين متتامتان

4) الزاويتان المتتامتان مجموع قياسهم 90°

5) الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها [أو لزاويتين متطابقتين] تكونان متطابقتين.

6) الزاويتان المتتامتان للزاوية نفسها [أو لزاويتين متطابقتين] تكونان متطابقتين.

7) الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتين.

8) تتقاطع المستقيمات المتعامدة وتشكل أربع زوايا قوائم.

9) جميع الزوايا القائمة متطابقة.

10) إذا كانت الزاويتان المتطابقتان متجاورتين على مستقيم فإنهما قائمتان.

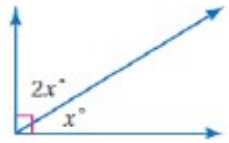
11) إذا كان $\angle 1 , \angle 2$ متجاورتين على مستقيم واحد وكان $m\angle 1=70^\circ$

فإن $m\angle 2=110^\circ$

12) إذا كان $\angle 1 , \angle 2$ متتامتان وكان $m\angle 1=70^\circ$

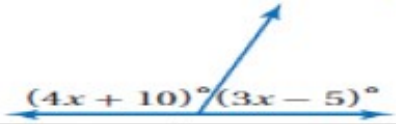
فإن $m\angle 2=20^\circ$

1) قيمة $x = 30^\circ$



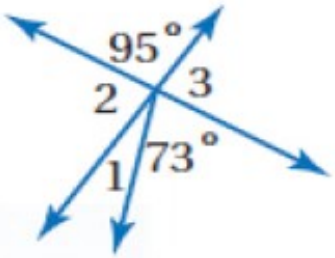
أ) 30°	ب) 60°
ج) 90°	د) 180°

2) قيمة ..... = x



أ) 25°	ب) 30°
ج) 60°	د) 90°

3) قيمة ..... $=1\angle m$



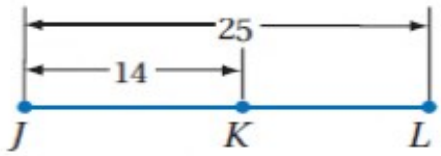
أ) 22°	ب) 30°
ج) 60°	د) 90°

4) إذا كان النسبة بين قياسي زاويتين متتامتين هي 1 : 4 فما قياس الزاوية الصغرى؟

أ) 15°	ب) 18°

ج) $24°$	د) $36°$

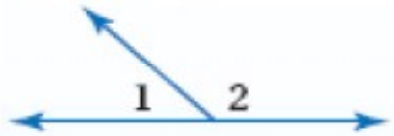
5) طول $\overline{kl}$ = ...



أ) 11	ب) 14
ج) 25	د) 39

6) أوجد قياس الزوايا المرقمة على الشكل المجاور.....

$m\angle 2 = 4x - 19$,
$m\angle 1 = x + 4$



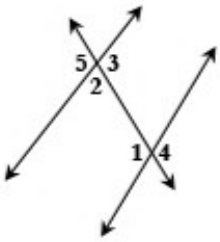
$m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$
$4x - 19 + x + 4 = 180°$
$5x - 15 = 180°$
$5x = 180° + 15$
$5x = 195°$
$x = 39$
$m\angle 2 = 4(39) - 19 = 137°$
$m\angle 1 = 39 + 4 = 43°$

لاحظ الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان

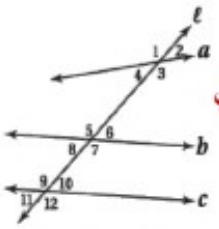
الفصل الثاني

التوازي والتعامد

المستقيمان المتوازيان :هما المستقيمان اللذان لا يتقاطعان ويقعان في مستوى واحد

المستويان المتوازيان :هما المستويان اللذان لا يتقاطعان و متواجهان
المستقيمان المتخالفان : هما المستقيمان اللذان لا يتقاطعان ولا يقعان في مستوى واحد

المستقيم القاطع :هو المستقيم الذي يقطع مستقيمان أو أكثر
الزاويتان الداخليتان المتحالفتان: $\angle 2$, $\angle 1$
الزاويتان الخارجيتان المتبادلتان : $\angle 5$, $\angle 4$
الزاويتان الداخليتان المتبادلتان : $\angle 3$, $\angle 1$
الزاويتان المتناظرتان : $\angle 5$, $\angle 1$
الرمز $\parallel$ يعني يوازي

صنف كل زوج من الزوايا إلى [زاويتين داخليتين متبادلتين - زاويتين داخليتين متحالفتين - زاويتين خارجيتين متبادلتين – زاويتين متناظرتين]



1) $\angle 7$, $\angle 1$ تبادل خارجي

2) $\angle 2$, $\angle 10$ تناظر

3) $\angle 4$, $\angle 10$ تبادل داخلي

4) $\angle 3$, $\angle 12$ تناظر

5) $\angle 8$, $\angle 9$ تحالف

6) $\angle 8$, $\angle 2$ تبادل خارجي

الزوايا و المستقيمات المتوازية

① الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان غير متجاورتين وناتجتان عن تقاطع مستقيمين

② عندما يكون المستقيمان متوازيين فإنه توجد علاقة خاصة بين أزواج هذه الزوايا مع المستقيم المستعرض

1) إذا قطع مستقيم قاطع مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخليتين متحالفتين متكاملتان.

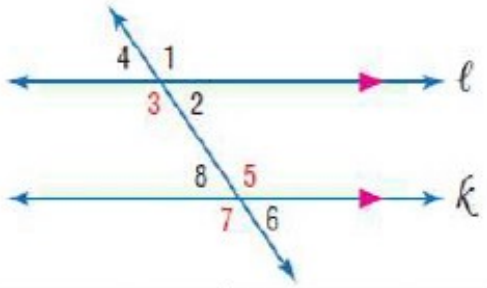
2) إذا قطع مستقيم قاطع مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين داخليتين متطابقتان.

3) إذا قطع مستقيم قاطع مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين خارجيتين متطابقتان.

4) إذا قطع مستقيم قاطع مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين متطابقتان.

5) في مستوى إذا كان المستقيم عمودياً على أحد مستقيمين متوازيين فإنه يكون عمودياً على المستقيم الآخر.

1) المستقيم : $k \parallel l$ ، $m\angle 1=100°$ ، $m\angle 3=\ldots$



أ) 40°	ب) 80°
ج) 100°	د) 120°

2) من السؤال السابق

المستقيم : $k \parallel l$ ، $m\angle 1= 100°$ ، $m\angle 5=\ldots$

أ) 40°	ب) 80°
ج) 100°	د) 120°

3) من السؤال السابق

المستقيم: $k \parallel l$ ، $m\angle 1= 100°$ ، $m\angle 7=\ldots$

أ) 40°	ب) 80°
ج) 100°	د) 120°

4) من السؤال السابق

المستقيم : $k \parallel l$ ، $m\angle 1=100$ ، $m\angle 2=\ldots$ ،

أ) 40°	ب) 80°
ج) 100°	د) 120°

5) من السؤال السابق

المستقيم : $k \parallel l$ ، $m\angle 1=100$ ،

$m\angle 4=\ldots$ ،

أ) $40°$	ب) $80°$
ج) $100°$	د) $120°$

6) من السؤال السابق

المستقيم : $k \parallel l$ ، $m\angle 1=100$ ،

$m\angle 6=\ldots$ ،

أ) $40°$	ب) $80°$
ج) $100°$	د) $120°$

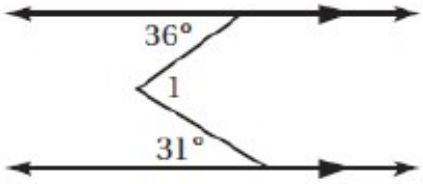
7) من السؤال السابق

المستقيم : $k \parallel l$ ، $m\angle 1=100$ ،

$m\angle 8=\ldots$ ،

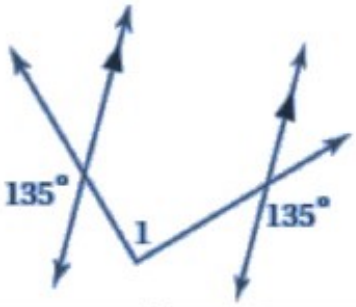
أ) $40°$	ب) $80°$
ج) $100°$	د) $120°$

8) من الشكل التالي $m\angle 1=\ldots$



أ) $40°$	ب) $67°$
ج) $100°$	د) $120°$

9) من الشكل التالي $m\angle 1=\ldots$



أ) $40°$	ب) $67°$
ج) $90°$	د) $120°$

ميل المستقيم = فرق الصادات / فرق السينات

ميل المستقيم $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

① إذا كان ميل المستقيم موجبًا فإن المستقيم يكون صاعدًا إلى اليمين .

② إذا كان ميل المستقيم سالبًا فإن المستقيم يكون صاعدًا إلى اليسار.

③ إذا كان إحداثي x متساوي فإن ميل المستقيم غير معرف (ميل المستقيم العمودي)

④ إذا كان إحداثي y متساوي فإن ميل المستقيم يساوي صفر(ميل المستقيم الأفقي= صفر)

أوجد ميل كل مستقيم مما يلي

1) A (1 , 2) , B (3 , 6)

ميل المستقيم $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$= \frac{6-2}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$

A (3 , 1) , B (2 , 7)

$\frac{7-1}{2-3} = \frac{6}{-1} = -6$

3) A (5 , 9) , B (5 , 10)

$\frac{10-9}{5-5} = \frac{1}{0}$ غير معرف .

4) A (– 1 , 2) , B (– 3 , 2)

$\frac{2-2}{-3+1} = \frac{0}{-2} = 0$.

لاحظ

المستقيمان المتوازيان لهما نفس الميل

و حاصل ضرب ميلي المستقيمين المتعامدين

= –1

حددما إذا كان المستقيمان $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$

متوازيان أو متعامدان أو غير ذلك

1)

$A(-2,-5), B(4,7), C(0,2), D(8,-2)$

$\overleftrightarrow{AB}$ ميل = $\frac{7+5}{4+2} = \frac{12}{6} = 2$

$\overleftrightarrow{CD}$ ميل = $\frac{-2-2}{8-0} = \frac{-4}{8} = \frac{-1}{2}$

المستقيمان متعامدان

2)

$A(14,13), B(-11,0), C(-3,7), D(-4,-5)$

$\overleftrightarrow{AB}$ ميل = $\frac{0-13}{-11-14} = \frac{-13}{-25} = \frac{13}{25}$

$\overleftrightarrow{CD}$ ميل = $\frac{-5-7}{-4+3} = \frac{-12}{-1} = 12$

المستقيمان غير ذلك

3)

$A(-8,-7), B(4,-4), C(-2,-5), D(1,7)$

$\overleftrightarrow{AB}$ ميل = $\frac{-4+7}{4+8} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

$\overleftrightarrow{CD}$ ميل = $\frac{7+5}{1+2} = \frac{12}{3} = 4$

المستقيمان غير ذلك

معادلة المستقيم

أولا : الميل و المقطع الصادي

$$y = mx + b$$

حيث m ميل المستقيم و b المقطع من محور الصادات

1) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله (5) و المقطع الصادي 7 بصيغة الميل و المقطع

$y = 5x + 7$.

2) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله 9 و المقطع الصادي (–3) بصيغة الميل و المقطع

$y = 9x - 3$.

3) الميل $m = -\frac{1}{3}$ و المقطع الصادي يساوي (0 , –4)

$y = -\frac{1}{3}x - 4$.

5) $y = 4x + 5$

ميل المستقيم =4

ميل المستقيم الموازي له = 4

ميل المستقيم العمودي عليه= $\frac{-1}{4}$

المقطع الصادي= 5

ثانيًا : الميل ونقطة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

1) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله يساوي 5 ويمر بالنقطة (2 – , 1 –)

$y + 2 = 5(x + 1)$.

ثالثًا : نقطتان

1)اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين

B (2 , 2) , A (–1 , 5)

.....

.....

.....

أوجد معادلة المستقيم

1) عمودي على المستقيم

$y = 3x + 2$ ويمر بالنقطة (6 , 1 –)

.....

.....

.....

2) يوازي المستقيم $3y = 2x - 5$

ويمر بالنقطة (7, 0)

.....

.....

.....

أوجد المسافة بين كل زوج من المستقيمات المتوازية إذا كانت معادلتاهما

1) $y = 4$, $y = -7$

$4-(-7)=11$

2) $x = 9$, $x = 5$

$9 - 5 = 4$

الفصل الثالث

تطابق المثلثات

تصنيف وزوايا المثلثات

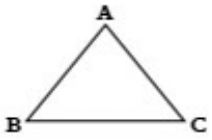
①	المثلث الحاد الزوايا :هو المثلث الذي فيه جميع زواياه حادة (قياس كل زاوية أقل من 90°)
②	المثلث المنفرج الزاوية :هو المثلث الذي يوجد فيه زاوية منفرجة (زاوية واحدة قياسها أكبر من 90°)
③	المثلث القائم الزاوية :هو المثلث الذي يوجد فيه زاوية قائمة (زاوية واحدة قياسها يساوي 90°)
④	المثلث المتطابق الزوايا :هو مثلث حاد الزوايا جميع زواياه متطابقة (قياس كل زاوية من زواياه 60°)
⑤	المثلث المختلف الأضلاع :هو المثلث الذي تكون جميع أضلاعه غير متطابقة (مختلفة)
⑥	المثلث المتطابق الضلعين :هو المثلث الذي يوجد فيه ضلعان متطابقان على الأقل
⑦	المثلث المتطابق الأضلاع : هو المثلث الذي تكون جميع أضلاعه متطابقة

①من الخطأ أن تصنف وفقاً لزواياه بأكثر من طريقة (فمثلاً لا يمكن أن يكون المثلث قائم الزاوية وحاد الزوايا

② للإشارة إلى أن أضلاع المثلث متطابقة يوضع عدد متساوٍ من العلامات (/)على الأضلاع المتطابقة

③ المثلث المتطابق الأضلاع حالة خاصة من المثلث المتطابق الضلعين

④ يكتب المثلث ABC على الشكل ΔABC :



أضلاعه هي : $\overline{AC}$ و $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$

ورؤوسه هي A , B , C

وزواياه هي : $\angle A = \angle BAC$

$\angle ABC = \angle B$, $\angle ACB = \angle C$,

a) مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية يساوي 180° .

b) إذا تطابقت زاويتان في المثلث مع زاويتين في مثلث آخر فإن قياس الزاوية الثالثة في المثلث الأول يساوي قياس الزاوية الثالثة في المثلث الآخر

c) قياس الزاوية الخارجية لمثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين البعيدتين

d) في أي مثلث يوجد زاويتين حادتين على الأقل

e) الزاويتان الحادتان في المثلث القائم مجموع قياسهما= 90°

f) الزاويتان الحادتان في المثلث القائم الزاوية متتامتان

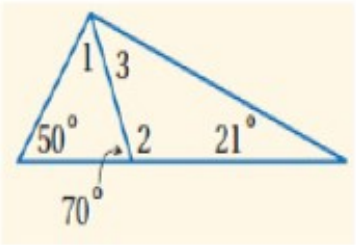
أوجد قياس كل من الزوايا التالية

1) $m\angle 1$

2) $m\angle 2$

3) $m\angle 3$

حيث أن

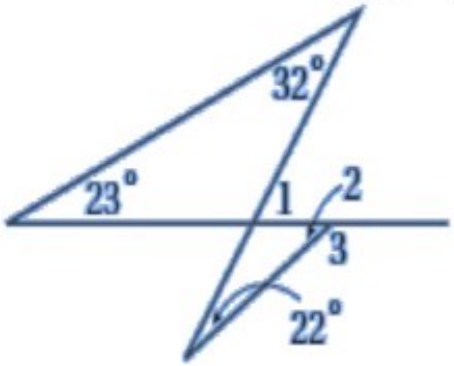


أوجد قياس كل زاوية فيما يلي

2) $m\angle 1$

3) $m\angle 2$

4) $m\angle 3$



تطابق المثلثات

1. حالة S S S لتطابق المثلثين هي

إذا تطابقت أضلاع مثلث مع أضلاع مثلث آخر فإن المثلثين متطابقان.

2. حالة S A S لتطابق المثلثين هي

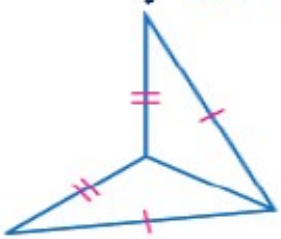
إذا طابق ضلعان والزاوية

المحصورة بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر فإن المثلثين متطابقان.

3. حالة A S A لتطابق المثلثين هي إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر فإن المثلثين متطابقان.

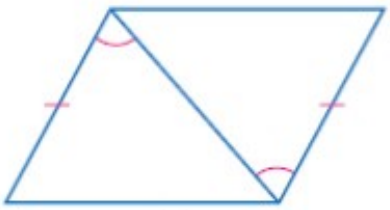
4. حالة A A S لتطابق المثلثين هي إذا طابقت زاويتان والضلع غير المحصور بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر فإن المثلثين متطابقان.

1) المسلمة التي يمكن استعمالها لإثبات أن المثلثين متطابقين في الشكل المجاور هي .....



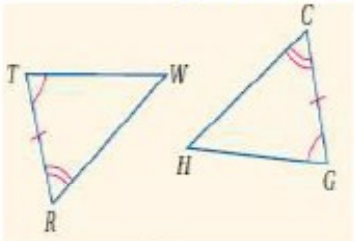
أ) S S S	ب) S A S
ج) A S A	د) A A S

2) المسلمة التي يمكن استعمالها لإثبات أن المثلثين متطابقين في الشكل المجاور هي .....



أ) S S S	ب) S A S
ج) A S A	د) A A S

3) المسلمة التي يمكن استعمالها لإثبات أن المثلثين متطابقين في الشكل المجاور هي .....



أ) S S S	ب) S A S
ج) A S A	د) A A S

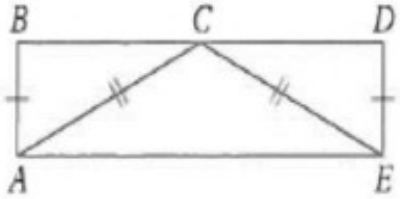
اكتب برهانًا تسلسليًا

المعطيات : $\overline{CA} \cong \overline{CE}$ ، $\overline{AB} \cong \overline{ED}$

$\overline{BD}$ صف C .

المطلوب أثبت أن

$\Delta ABC \cong \Delta EDC$



.....

.....

.....

.....

المثلثات المتطابقة الضلعين

	ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة فيما يلي :	
①	الزاوية المحصورة بين القاعدة وأحد الضلعين المتطابقين تُسمى زاوية الرأس	(✗)
②	الزاوية المحصورة بين الضلعين المتطابقين تُسمى زاوية القاعدة	(✗)
③	الزاوية المحصورة بين الضلعين المتطابقين تُسمى زاوية الرأس	(✓)
④	إذا تطابق ضلعان في مثلث فإن الزاويتين المقابلتين لهذين الضلعين غير متطابقة	(✗)
⑤	في المثلث FHG Δ إذا كان $\overline{FH} \cong \overline{GH}$ فإن $\angle F \cong \angle G$	(✓)
⑥	في المثلث FHG Δ إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{FH}$ فإن $\angle F \cong \angle H$	(✗)
⑦	إذا تطابقت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين متطابقان	(✓)
⑧	في المثلث ABC Δ إذا كان $\angle A \cong \angle C$ فإن $\overline{BC} \cong \overline{BA}$	(✓)
⑨	في المثلث ABC Δ إذا كان $\angle A \cong \angle B$ فإن $\overline{BC} \cong \overline{BA}$	(✗)
⑩	قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الضلعين يساوي 60°	(✗)
⑪	إذا كان قياس كل من الزاويتين المتطابقتين في المثلث المتطابق الضلعين يساوي 60° فإنه مثلث متطابق الأضلاع	(✓)

a) إذا تطابق ضلعان في مثلث فإن الزاويتين المقابلتين لهذين الضلعين متطابقتان.

b) إذا تطابقت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين متطابقان.

c) يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا.

d) قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع يساوي 60.

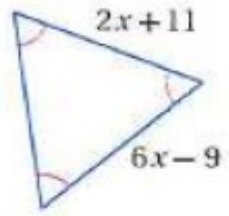
e) المثلث الذي قياس إحدى زواياه أكبر من 90 هو مثلث منفرج الزاوية.

f) المثلث الذي يحوى ضلعين متطابقين فقط هو مثلث متطابق الضلعين.

g) المثلث المتطابق الزوايا يكون متطابق الأضلاع وقياس كل زاوية منه = 60.

h) المثلث الذي قياس إحدى زواياه 90 هو مثلث قائم الزاوية

قيمة...=X



.....

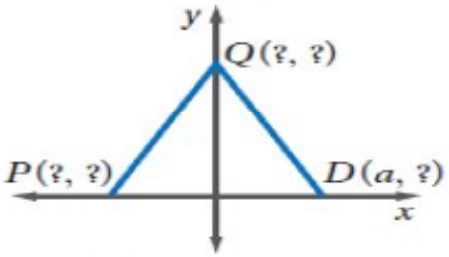
.....

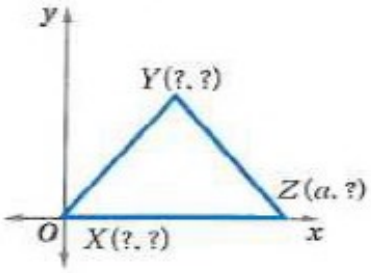
.....

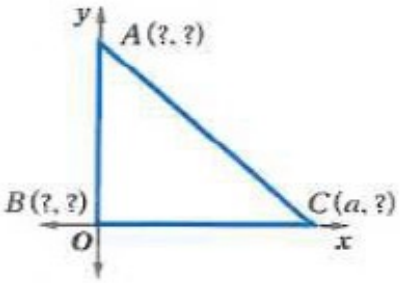
.....

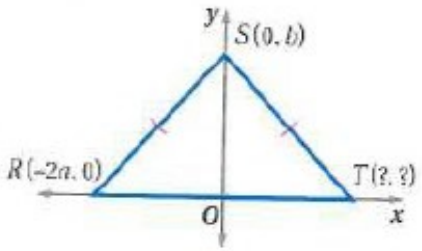
المثلثات والبرهان الإحداثي

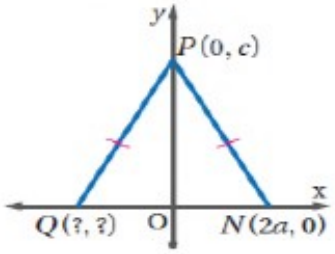
اذكر الإحداثيات المجهولة في المثلث المتطابق الضلعين

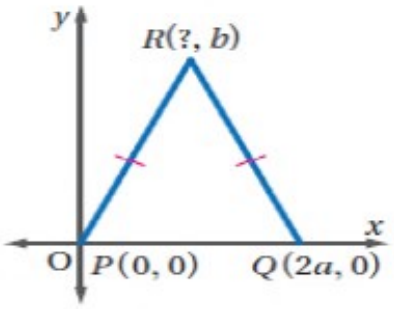












المنصفات في المثلث

1) كل نقطة على العمود المنصف لقطعة مستقيمة تكون على بعدين .....من طرفي القطعة

2) كل نقطة تبعد بُعدين متساويين عن طرفي قطعة مستقيمة تقع على .....لتلك القطعة

3) مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث تبعد أبعاد متساوية عن .....

4) كل نقطة على منصف الزاوية تكون على بعدين .....من ضلعي الزاوية

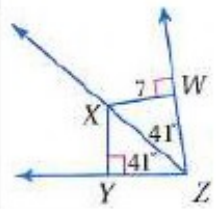
5) كل نقطة تبعد بعدين متساويين عن ضلعي زاوية تقع على ..... تلك الزاوية

6) مركز الدائرة الداخلية للمثلث تبعد أبعاد متساوية عن .....

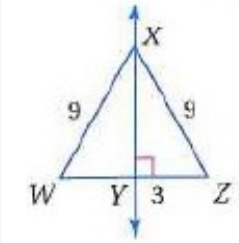
7) نقطة تلاقي متوسطات المثلث تتقسم بنسبة .....: ..... من جهة الرأس

أوجد كل قياس مما يأتي

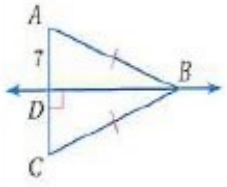
XY



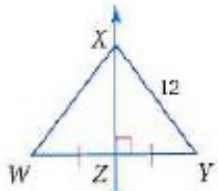
WY



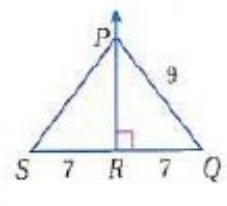
AC



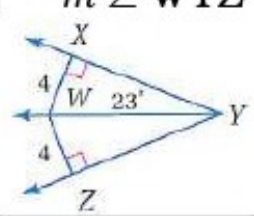
XW



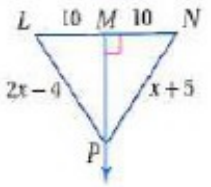
PS



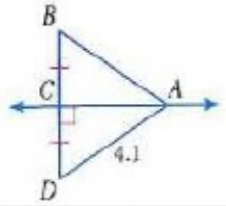
$m \angle WYZ$



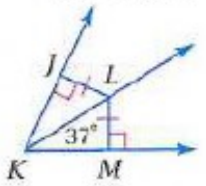
NP



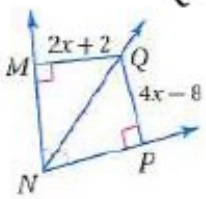
AB



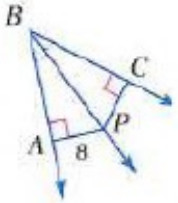
$m \angle JKL$



QM



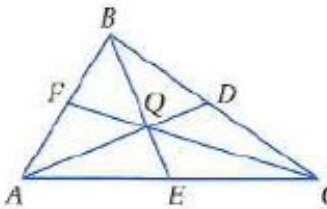
CP



القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

إذا كانت النقطة Q مركز المثلث ABC

أوجد BE= 9 , FC= 15



1) BQ

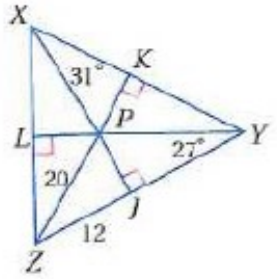
2) QE

3) FQ

4) QC

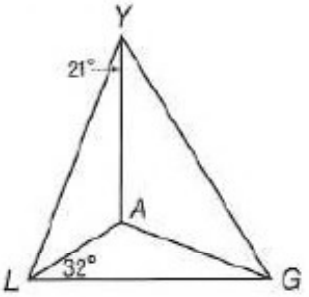
إذا كانت P مركز الدائرة الداخلية للمثلث XYZ

أوجد $m\angle LZP$



إذا كانت A مركز الدائرة الداخلية للمثلث LYG

أوجد $m\angle YGA$, $m\angle YLA$



المتباينات في المثلث

حدد الزاوية التي لها أكبر قياس في كل مما يأتي

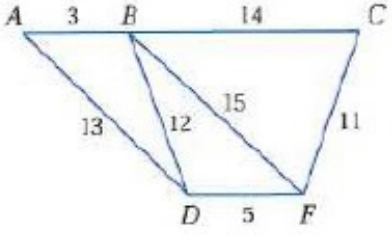
1) $\angle 1$, $\angle 3$, $\angle 4$

2) $\angle 4$, $\angle 8$, $\angle 9$

3) $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 7$

4) $\angle 7$, $\angle 8$, $\angle 10$

استعمل الشكل المجاور لتحديد العلاقة



1) $\angle ABD > \angle BDA$

13 > 3

2) $\angle BCF > \angle CFB$

15 > 14

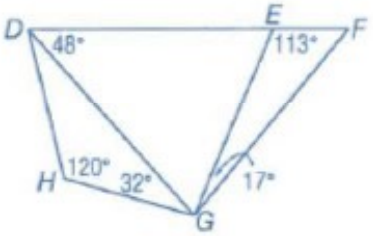
3) $\angle BFD < \angle BDF$

12 < 15

4) $\angle DBF < \angle BFD$

5 < 12

استعمل الشكل المقابل لتحديد العلاقة



1) $\overline{DH}$.....$\overline{GH}$

32 > 28

2) $\overline{DE}$.....$\overline{DG}$

65 < 67

3) $\overline{EG}$.....$\overline{FG}$

50 < 113

4) $\overline{DE}$.....$\overline{EG}$

65 > 48

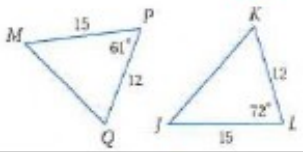
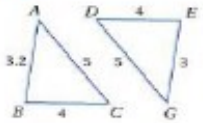
المتباينات في مثلثين

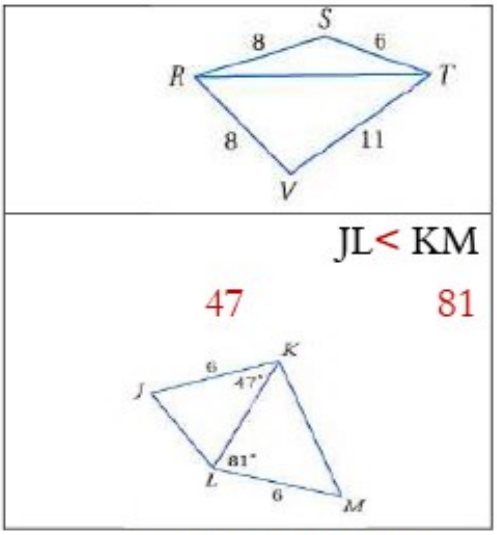
1) متباينة SAS : إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في

مثلث أخر وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني ، فإن طول الضلع الثالث في المثلث الأول أكبر من طول الضلع الثالث في المثلث الثاني.

2) عكس متباينة SAS : إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث أخر وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني ،فإن قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

قارن

JK > MQ 72 61 
$m\angle ACB > m\angle GDE$ 3.2 3 
$m\angle SRT < m\angle VRT$ 6 11



JL < KM

47 81

البرهان غير المباشر

اكتب الفرض الذي ستبدأ منه برهانًا غير مباشر لكل عبارة مما يلي

1) $MN \neq AB$ الحل $MN = AB$

2) ΔPQR مثلث متطابق الضلعين الحل

ΔPQR مثلث ليس متطابق الضلعين

3) $X < 4$ الحل $X \geq 4$

4) $\angle 3$ زاوية منفرجة الحل

$\angle 3$ ليست منفرجة

اكتب برهانًا غير مباشر

المعطيات $2X - 3 > 7$

المطلوب $X > 5$

$X \leq 5$ بالضرب في 2

$2X \leq 10$ بطرح 3

$2X - 3 \leq 10$

يوجد تناقض مع المعطيات فيكون $x > 5$ صحيحًا

متباينة المثلث

1) مجموع طولي أي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث

حدد ما إذا كانت الأعداد التالية تمثل أطوال أضلاع مثلث

1) 2 , 4 , 5

الحل اجمع أصغر ضلعين ويكون الناتج أكبر من الضلع الثالث يصبح الشكل مثلثًا

2 + 4 > 5 صحيح

يكون مثلثًا

2) 6 , 8 , 14 الحل

6 + 8 > 14 خطأ، ليس مثلثًا

3) 8 , 15 , 17 الحل

8 + 15 > 17 صح، يكون مثلثًا

2) إذا كان n , 14 , 8 أطوال أضلاع مثلث فأي الأعداد التالية لا يمكن أن يكون قيمة n .....

6 12 15 20

الحل $14-8 < n < 14+8$

$6 < n < 22$

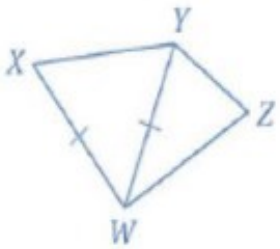
3) إذا كان n , 14 , 8 أطوال أضلاع مثلث فأي الأعداد التالية يمكن أن يكون قيمة n .....

6 12 22 25

اكتب برهانًا ذا عمودين

المعطيات: $\overline{XW} \cong \overline{YW}$

المطلوب: $YZ + ZW > XW$



العبارات	المبررات
في المثلث ZYW	متباينة المثلث
$YZ + ZW > YW$	
$\overline{XW} \cong \overline{YW}$	معطيات
$YZ + ZW > XW$	خاصية التعويض